

Tábuas de Mortalidade Contemporâneas e Prospectivas

Melânia Carvalho

Faculdade de Ciência Universidade do Porto

melania.carvalho@i2s.pt/up200902689@fc.up.pt

03 de outubro de 2013

Tópicos

- 1 Tendências demográficas e consequências económicas
- 2 Tábua de Mortalidade
- 3 Bibliografia

Tendências demográficas e consequências económicas

- Aumento da esperança média de vida;
- Redução na variabilidade da idade de óbito;
- Impacto nos sistemas públicos de protecção e segurança social:
 - Envelhecimento acentuado;
 - Diminuição da taxa de fertilidade;
 - Diminuição da relação entre os trabalhadores ativos e dependentes.

Definição - Pay-as-you-go

Um sistema de reforma onde os beneficiários do plano decidem quanto querem contribuir, quer através de descontos nos salários ou contribuindo com uma certa quantia fixa.

Tendências demográficas e consequências económicas

- **Setor público** - Conversão de planos de pensões de benefício definido em planos de contribuição definida, baseados em contas individuais em regime de capitalização.

Definição - Regime de Capitalização

Processo de investimento ou reinvestimento dos juros de uma aplicação financeira. Durante o prazo de aplicação, os juros pagos após cada período de capitalização podem ser reinvestidos no próprio empréstimo (re-emprestados). Se forem re-emprestados, diz-se que os juros são capitalizados, porque passam a integrar o capital do próximo período de capitalização.

Tendências demográficas e consequências económicas

- **Setor privado** - Consequências no *pricing* e no valor das responsabilidades financeiras das companhias de seguros e de resseguro e dos fundos de pensões com produtos que envolvem benefícios a longo prazo em caso de vida.

Definição - *pricing*

Processo de atribuir um preço, automaticamente ou manualmente, aos pedidos de vendas e compras baseado em fatores, tais como: quantia fixa, diferença entre quantidades.

Seguro de Vida

Definição - Seguro de Vida

- Garante o pagamento ao beneficiário do seguro um capital ou renda pela morte da pessoa segura dentro de determinado prazo;
- Garante o pagamento de um capital ou renda à pessoa segura se esta se mantiver viva em determinada data.

Renda

Definição - Renda

Conjunto de valores (capitais) que se vencem (devem ser pagos) em momentos equidistantes no tempo.

Definição - Renda Vitalícia imediata

A seguradora obriga-se a pagar à pessoa segura enquanto esta for viva a renda anual segura. O prémio é pago de uma só vez.

Definição - Renda Vitalícia diferida

A seguradora obriga-se a pagar após o prazo de diferimento (P) a renda anual segura enquanto a pessoa segura for viva.

Tendências demográficas e consequências económicas

Os níveis de crescimento económico serão afetados devido:

- Modificação da dimensão e da estrutura da oferta de emprego;
- Acumulação de capital e a produtividade total dos fatores;
- Dimensão e composição da despesa pública;
- Comportamento do consumo e da poupança;
- Evolução dos mercados financeiros;
- Pressão sobre os sistemas de saúde e apoio social.

O que é uma tábua de mortalidade?

Definição - Tábua de mortalidade

A tábua de vida ou sobrevivência (*lifetable*) ou, como é usualmente reconhecida entre os atuários portugueses, tábua de mortalidade, é um modelo tabular de análise demográfica que sintetiza um conjunto de funções básicas que permitem analisar, numa determinada população o fenómeno de longevidade e efetuar juízos sobre a evolução da mortalidade.

Classificação das tábuas de mortalidade

Classificação quanto à utilização de gerações reais ou fictícias:

- **Tábuas contemporâneas (transversais ou de momento):** assentam na análise cross-section de uma geração fictícia, que é sujeito às condições de mortalidade para cada idade (ou agrupamento de idades) num determinado periodo de tempo.

- **Tábuas geracionais (ou longitudinais):** assentam no cálculo das taxas de mortalidade averbadas por uma mesma geração, ou seja, por indivíduos nascidos no mesmo ano.

Classificação das tábuas de mortalidade

Classificação considerando o tempo cronológico na elaboração e apresentação das tábuas:

- **Tábuas estáticas:** são tábuas unidimensionais onde as funções se reportam apenas à idade biológica.

- **Tábuas prospectivas (ou dinâmicas):** são tábuas bidimensionais em que todas as funções estão indexadas, em linha, pela idade biológica e em coluna, pelo ano de calendário (tempo cronológico).

Construção da tábua geracional

Parte-se de um conjunto (*cohort*) de l_{α} indivíduos nascidos no mesmo ano. O valor l_{α} é chamado de raiz (*radix*) da tábua e toma, em geral valores convenientes de forma a facilitar a informação da tábua.

A informação recolhida permite a construção de uma tábua de mortalidade geracional, uma forma simples de representar a evolução de mortalidade no *cohort* ideal.

Tábuas de Mortalidade Contemporâneas vs. tábuas de mortalidade prospectivas

A determinação do prêmio puro de um contrato de seguros do Ramo Vida assenta no princípio de equivalência, segundo o qual o valor atual esperado das prestações devidas pela seguradora deve ser igual ao valor dos prêmios puros da seguradora.

Ainda à poucos anos, os atuários baseavam os seus cálculos em tábuas contemporâneas.

Alguns Conceitos Importantes

Duração de vida restante

Seja T a variável aleatória positiva que representa a duração de vida de um indivíduo pertencente a uma dada população de referência. Defina-se a sequência de variáveis aleatórias $T_x : x = 0, 1, 2, \dots, \omega$, onde T_x simboliza a vida residual de um indivíduo que atinge a idade x .

Função sobrevivência

Exprime a probabilidade de um indivíduo recém-nascido sobreviver pelo menos x anos.

$$S(\cdot): R_+ \mapsto [0, 1]$$

$$x \mapsto P(T_0 > x) = 1 - F_0(x)$$

onde $F_0(x)$ representa a probabilidade do indivíduo recém-nascido perecer antes de atingir os x anos.

Alguns Conceitos Importantes

Quociente de mortalidade

As probabilidades de sobrevivência $p_{x,t}(t \geq 0)$ e falecimento $q_{x,t}(t \geq 0)$ são definidas, respectivamente por

$$p_{x,t} = P(T_x > t) = P[T > x + t | T > x] = \frac{P(T > x+t)}{P(T > x)}$$

e

$$q_{x,t} = P(T_x \leq t) = P[T \leq x + t | T > x] = 1 - p_{x,t}$$

O termo $p_{x,t}$ define a probabilidade de um indivíduo vivo à idade x sobreviver até à idade $x + t$, enquanto que $q_{x,t}$ determina a probabilidade de um indivíduo que atinge a idade x falecer antes de alcançar a idade $x + t$. Também conhecido como quociente de mortalidade.

Alguns Conceitos Importantes

Taxa de Mortalidade Instantânea

A taxa de mortalidade instantânea à idade $x + t$ (força de mortalidade), representada por $\mu_{x,t}$, é definida pelo seguinte limite:

$$\mu_{x,t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[t \leq T_x < t + \Delta t | T_x > t]}{\Delta t}$$

Alguns Conceitos Importantes

Taxa de Mortalidade

$$m_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{E_{x,t}}$$

onde $d_{x,t}$ e $E_{x,t}$ denotam, respectivamente, o número de óbitos registado e a respectiva exposição ao risco. A taxa $m_{x,t}$ exprime o número de óbitos por pessoa por ano, sendo por vezes denominada taxa central de mortalidade.

Alguns Conceitos Importantes

Número aleatório de falecimentos entre as idades x e $x + t$

Seja $T_{\alpha}^{(j)}$ a duração (aleatória) residual da vida do j -ésimo indivíduo, $j = 1, \dots, l_{\alpha}$. Admitamos que a probabilidade de sobrevivência de cada uma dos l_{α} membros deste grupo é descrita por $S(x)$. O número de sobreviventes (de um conjunto inicial l_{α}) à idade x ($x > \alpha$), L_x é dado por

$$L_x = \sum_{j=1}^{l_{\alpha}} l_x^{(j)} \quad , l_x^{(j)} = \begin{cases} 1 & , T_{\alpha}^{(j)} > (x - \alpha) \\ 0 & , T_{\alpha}^{(j)} \leq (x - \alpha) \end{cases}$$

E $D_{x,t}$ é o número aleatório de falecimentos entre as idades x e $x + t$,

$$D_{x,t} = L_x - L_{x+t}.$$

Métodos paramétricos de graduação

Graduação

Consiste, muito geralmente, no alisamento das estimativas brutas. A graduação compreende um conjunto de princípios e métodos mediante os quais um conjunto de probabilidades brutas é ajustado de modo a fornecer uma base adequada, quer para a realização de inferência estatística, quer para a realização de cálculos aplicados.

Métodos paramétricos de graduação

- Estimação dos quocientes de mortalidade q_x num intervalo de idades considerado;
- Estimativas brutas dos parâmetros;
- Suavização.

Desvantagem: os métodos paramétricos induzem uma fonte de erro adicional, existe sempre risco de selecionar uma função paramétrica desadequada.

Métodos não paramétricos de graduação

Divergem dos métodos paramétricos de graduação pelo facto de não reduzir a mortalidade a um conjunto reduzido de parâmetros.

Modelos dinâmicos

- Mortalidade como fenómeno dinâmico;
- Utilização de modelos adequados para a construção de tábuas prospectivas (ou geracionais).

Modelos dinâmicos

- Diagrama de Lexis;
- Modelo Lee-Carter.

Bibliografia



Jorge Bravo (2007)

Tábuas de Mortalidade Contemporâneas e Prospectivas: modelos estocásticos, aplicações atuariais e cobertura do risco de longevidade

Universidade de Évora